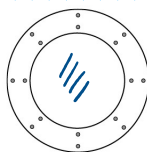


2019

Per le domande che seguono fai riferimento alla sezione circolare cava disegnata a fianco, che è realizzata con calcestruzzo C30/37 ed è armata con 16 barre  $\phi 12$  in acciaio B450C. I diametri esterno ed interno sono rispettivamente pari a 60 e 40 cm. Ipotizza inoltre che la sezione sia soggetta a sforzo normale centrato.



$$A_{\phi 12} = \pi \frac{12^2}{4} = 1.13 \text{ cm}^2$$

11)

**I stadio di comportamento, verifica a fessurazione**

(11) Determina lo sforzo normale di fessurazione della sezione:

(punti 3)

☒ 342.0 kN    ☐ 428.5 kN    ☐ 489.1 kN    ☐ 537.2 kN    ☐ 582.9 kN

$$\sigma_c \leq f_{ctk}$$

$$N_F \rightarrow \sigma_c = f_{ctk}$$

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{ci}}$$

$$f_{ctk} = \frac{N_F}{A_{ci}} \rightarrow N_F = A_{ci} f_{ctk}$$

$$A_{ci} = \left( \pi \frac{D^2}{4} - \pi \frac{d^2}{4} \right) + m \cdot 16 \cdot A_{\phi 12}$$

$$A_{ci} = \left( \pi \frac{60^2}{4} - \pi \frac{40^2}{4} \right) + 6.09 \cdot 16 \cdot 1.13 = 1680.9 \text{ cm}^2$$

$$N_F = 1680.9 \cdot \frac{2.03}{10} = 341.2 \text{ kN}$$

$$f_{ctk} = 0.7 f_{ctm} = 0.7 \cdot 2.90 = 2.03 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0.3 \sqrt[3]{30^2} = 2.90 \text{ MPa}$$

$$m = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{32836.6} = 6.09$$

$$E_c = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 22000 \left( \frac{38}{10} \right)^{0.3} = 32836.6 \text{ MPa}$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 30 + 8 = 38 \text{ MPa}$$

12)

## II stadio di comportamento, verifica sulle tensioni in esercizio

(12) Determina la tensione nell'armatura d'acciaio per un sforzo normale di compressione  $N = -1500$  kN: (punti 3)

- ☐ 1 -79.4 MPa   ☐ 2 -93.1 MPa   ☒ 3 -122.1 MPa   ☐ 4 -142.8 MPa   ☐ 5 -161.1 MPa

$$\sigma_s = \frac{N}{A_{ci}} = 15 \left( \frac{-1500 \cdot 10}{1842} \right) = -122.1 \text{ MPa}$$

$\downarrow$  CLS +  $\frac{15}{15} A_{stot}$

$$A_{ci} = \left( \frac{\pi 60^2}{4} - \frac{\pi 40^2}{4} \right) + 15 \cdot 16 \cdot 1.13 = 1842.0 \text{ cm}^2$$

13)

Calcola lo sforzo normale di compressione che determina una tensione nel calcestruzzo pari a -16.0 MPa: (punti 3)

- ☒ 1 -2947.6 kN   ☐ 2 -3089.2 kN   ☐ 3 -3270.1 kN   ☐ 4 -3378.4 kN   ☐ 5 -3593.3 kN

$$\sigma_c = -16.0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{ci}} \Rightarrow N = A_{ci} \cdot \sigma_c = 1842 \cdot \left( \frac{-16}{10} \right) = -2947.2 \text{ kN}$$

14)

## III stadio di comportamento, verifica allo stato limite ultimo

(14) Indica il valore dello sforzo normale resistente di compressione (allo SLU): (punti 3)

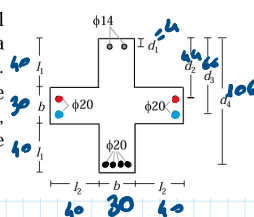
- ☐ 1 2947.6 kN   ☐ 2 3089.2 kN   ☐ 3 3270.1 kN   ☒ 4 3378.4 kN   ☐ 5 3593.3 kN

$$N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{sd}$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{30}{1.5} = 17.0 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = \left( \frac{\pi 60^2}{4} - \frac{\pi 40^2}{4} \right) \frac{17}{10} + 16 \cdot 1.13 \cdot \frac{391.3}{10} = 3377.8 \text{ kN}$$

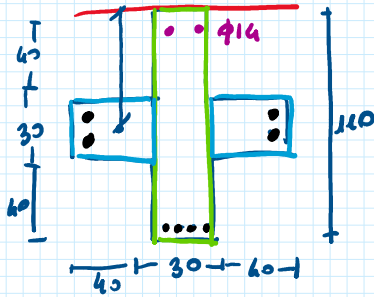
Per le domande che seguono fai riferimento alla sezione disegnata a lato. Il calcestruzzo è di classe C30/37 e l'acciaio è B450C. La base  $b$  è pari a 30 cm, la lunghezza  $l_1$  è pari a 40 cm e la lunghezza  $l_2$  pari a 40 cm. L'armatura è realizzata come in figura con barre  $\phi 14$  e  $\phi 20$ . Le distanze delle armature dal bordo superiore sono pari a  $d_1=4$  cm,  $d_2=44$  cm,  $d_3=66$  cm,  $d_4=106$  cm. Il copriferro è  $c=4$  cm. Rispondi alle domande che seguono con riferimento al I e II stadio di comportamento.



I stadio di comportamento, verifica a fessurazione

- 15) (15) Determina la distanza del baricentro della sezione (reagente) omogenizzata rispetto il bordo superiore della sezione: (punti 3)

☐ 1 45.2 cm    ☐ 2 50.4 cm    ☐ 3 53.3 cm    ☒ 4 55.5 cm    ☐ 5 57.0 cm



$$d_{gsup} = \frac{S_{sup}}{A_{ci}} =$$

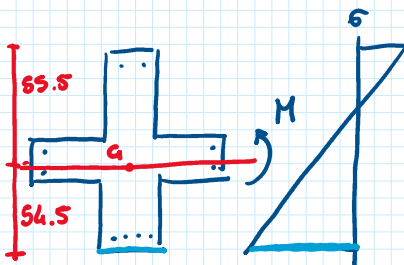
$$A_{ci} = 30 \times 110 + 2(40 \times 30) + 6.09 \times 2 \times 1.54 + 6.09 \times 8 \times 3.14 = 5871.2 \text{ cm}^2$$

$$S_{sup} = 30 \cdot \frac{110^2}{2} + 2 \left[ (40 \times 30) \times (40 + 15) \right] + 6.09 \cdot 2 \cdot 1.54 \cdot 4 + 6.09 \cdot 2 \cdot 3.14 \cdot 44 + 6.09 \cdot 2 \cdot 3.14 \cdot 66 + 6.09 \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot 106 = 325889.98 \text{ cm}^3$$

$$d_{gsup} = \frac{325889.98}{5871.2} = 55.5 \text{ cm}$$

- 16) (16) Determina il valore del momento  $M$  positivo che applicato alla sezione provoca il raggiungimento della prima fessurazione (punti 4)

☐ 1 99.8 kNm    ☒ 2 167.5 kNm    ☐ 3 208.7 kNm    ☐ 4 314.2 kNm    ☐ 5 420.6 kNm



$$\sigma_{ct} = f_{ctk}$$

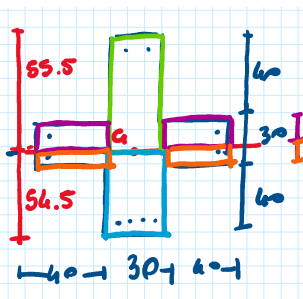
$$\sigma_{ct} = \frac{M_F}{I_x} y = f_{ctk}$$

$$M_F = f_{ctk} \frac{I_x}{y}$$

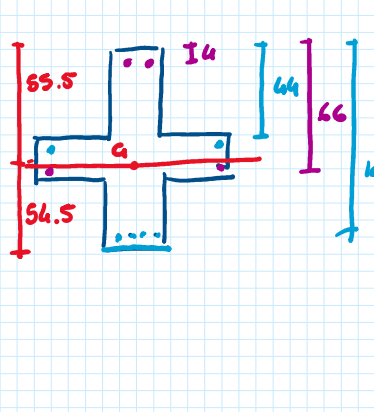
$$f_{ctk} = 1.2 \quad f_{ctk} = 1.2 \cdot 2.03 = 2.436 \text{ MPa}$$

$$y = d_{avg} = 54.5 \text{ cm}$$

$$I_{x_{ci}} = 30 \times \frac{55.5^3}{3} + 30 \times \frac{54.5^3}{3} + 2 \left( 40 \cdot \frac{15.5^3}{3} \right) +$$



$$I_{x_{CS}} = 30 \times \frac{55.5^3}{3} + 30 \times \frac{54.5^3}{3} + 2 \left( 40 \cdot \frac{15.5^3}{3} \right) + 2 \left( 40 \cdot \frac{14.5^3}{3} \right) = 3508925 \text{ cm}^4$$



$$I_{x_{ARM}} = 6.09 \cdot 2 \cdot 1.54 (55.5 - 4)^2 + 6.09 \cdot 2 \cdot 3.14 (55.5 - 44)^2 + 6.09 \cdot 2 \cdot 3.14 (66 - 55.5)^2 + 6.09 \cdot 4 \cdot 3.14 (106 - 55.5)^2 = 254092.89 \text{ cm}^4$$

$$I_x = 3508925 + 254092.89 = 3763017.9 \text{ cm}^4$$

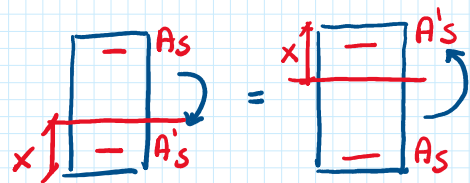
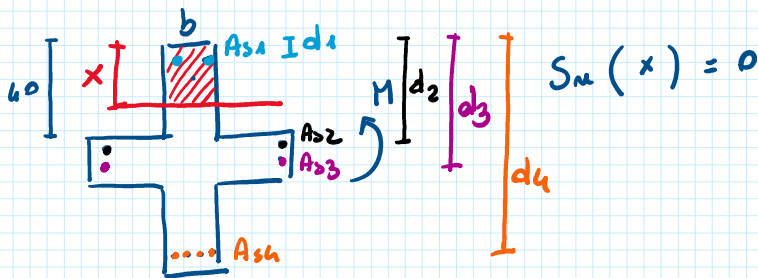
$$M_F = 2.436 \times \frac{3763017.9}{54.5} \cdot \frac{1}{103} = 168.2 \text{ kNm}$$

Il stadio di comportamento, verifica sulle tensioni in esercizio

(17) La sezione è soggetta a un momento sollecitante positivo. Determina la distanza dell'asse neutro rispetto al bordo compresso:

(punti 4)

$$x = 33.16 \text{ cm}$$



$$-b \frac{x^2}{2} - m A_{s1} (x - d_1) + m A_{s2} (d_2 - x) + m A_{s3} (d_3 - x) + m A_{s4} (d_4 - x) = 0$$

$$+\frac{b}{2} x^2 + m (A_{s1} + A_{s2} + A_{s3} + A_{s4}) x + m (A_{s1} d_1 + A_{s2} d_2 + A_{s3} d_3 + A_{s4} d_4) = 0$$

$$15 x^2 + 15 (2 \cdot 1.54 + 2 \cdot 3.14 + 2 \cdot 3.14 + 4 \cdot 3.14) x +$$

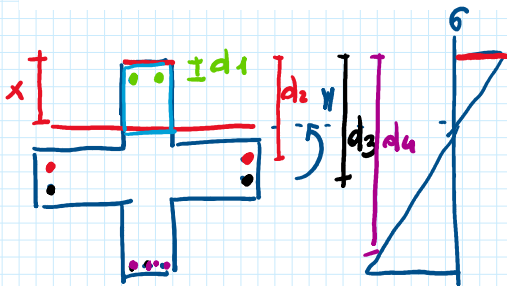
$$-15 (2 \cdot 1.54 \cdot 4 + 2 \cdot 3.14 \cdot 44 + 2 \cdot 3.14 \cdot 66 + 4 \cdot 3.14 \cdot 106) = 0$$

$$15x^2 + 423x - 30517.2 = 0$$

$$x = \frac{-423 \pm \sqrt{423^2 + 4 \cdot 15 \cdot 30517.2}}{2 \cdot 15} = 33.16 \text{ cm}$$

- 13) (18) Supponendo la sezione sia soggetta a un momento  $M = 400 \text{ kNm}$ , determina il valore della massima tensione di compressione nel calcestruzzo: (punti 3)

$$\sigma_c = \boxed{-8.74} \text{ MPa}$$



$$\sigma_c = \frac{M}{I_x} y$$

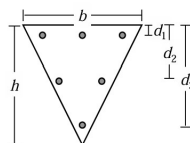
$$y = -x$$

$$I_x = \frac{b x^3}{3} + n A_{s1} (x - d_1)^2 + n A_{s2} (d_2 - x)^2 + n A_{s3} (d_3 - x)^2 + n A_{s4} (d_4 - x)^2$$

$$I_x = 30 \cdot \frac{33.16^3}{3} + 15 \cdot 2 \cdot 1.54 (33.16 - 4)^2 + 15 \cdot 2 \cdot 3.14 (44 - 33.16)^2 + 15 \cdot 2 \cdot 3.14 (66 - 33.16)^2 + 15 \cdot 4 \cdot 3.14 (106 - 33.16)^2 = 1516154.6 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_c = \frac{400 \cdot 10^3}{1516154.6} (-33.16) = -8.75 \text{ MPa}$$

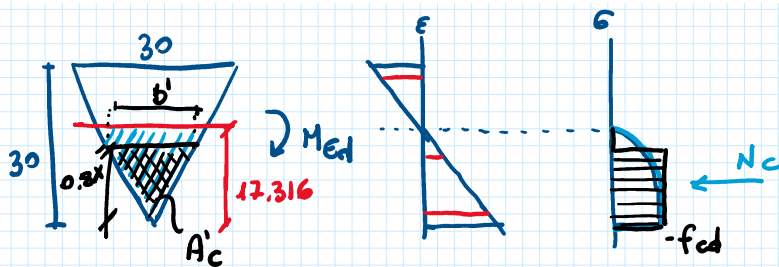
Per le domande che seguono fai riferimento alla sezione disegnata a lato. Il calcestruzzo è di classe C30/37 e l'acciaio è B450C. La base  $b$  e l'altezza  $h$  sono pari a 30 cm. L'armatura è realizzata come in figura con barre  $\phi 20$  posizionate a distanze dal bordo superiore pari a  $d_1 = 4 \text{ cm}$ ,  $d_2 = 15 \text{ cm}$ ,  $d_3 = 26 \text{ cm}$ . Il copriferro è  $c = 4 \text{ cm}$ . La sezione è soggetta a un momento sollecitante negativo  $M_{Ed} = -80 \text{ kNm}$  e l'asse neutro è a distanza  $X = 17.316 \text{ cm}$  dal bordo compresso. Rispondi alle domande che seguono con riferimento al III stadio di comportamento.



- 19) (19) Determina la risultante delle tensioni di compressione nel calcestruzzo: (punti 4)

$$N_c = \boxed{-163.12} \text{ kN}$$





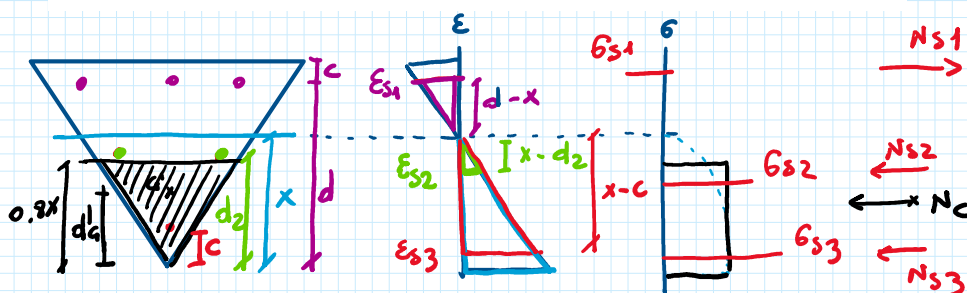
$$N_c = \int \sigma_c dA_c \rightarrow N_c = A'_c (-f_{cd}) = 95.95 \cdot \left( \frac{-17}{10} \right) = -163.12 \text{ kN}$$

$$A'_c = b' \frac{(0.8x)}{2} = \frac{(0.8x)(0.8x)}{2} = \frac{(0.8 \cdot 17.316)^2}{2} = 95.95 \text{ cm}^2$$

20) (20) Determina il valore del momento resistente della sezione allo SLU: (punti 5)  
 $M_{Rd} = 61.18 \text{ kNm}$

$$\epsilon_{yd} = 0.00186$$

$$(E_s = 210000)$$



$$d'_a = \frac{2}{3} (0.8x) = \frac{2}{3} (0.8 \cdot 17.316) = 9.24 \text{ cm}$$

$$N_{s1} = A_{s1} \sigma_{s1} = 3 \cdot 3.14 \cdot 349.4 / 10 = 329.1 \text{ kN}$$

$$\hookrightarrow \frac{\epsilon_{s1}}{-(d-x)} = \frac{-\epsilon_{um}}{x} \Rightarrow \epsilon_{s1} = \frac{d-x}{x} \epsilon_{um}$$

$$\epsilon_{s1} = \frac{26 - 17.316}{17.316} \cdot 0.0035 = 0.00175$$

$$\text{Poiché } 0.00175 < 0.00196$$

$$\sigma_{s1} = \frac{\epsilon_{s1}}{\epsilon_{yd}} f_{yk} = \frac{0.00175}{0.00196} 391.3 = 349.4 \text{ MPa}$$

$$N_{s2} = A_{s2} \sigma_{s2} = -2 \cdot 3.14 \cdot 93.46 / 10 = -58.69 \text{ kN}$$

$$\hookrightarrow \frac{\epsilon_{s2}}{(x-d_2)} = \frac{-\epsilon_{um}}{x} \Rightarrow \epsilon_{s2} = -\frac{x-d_2}{x} \epsilon_{um}$$

$$\epsilon_{s2} = -\frac{17.316 - 15}{17.316} \cdot 0.0035 = -0.000463$$

$$\epsilon_{s2} = - \frac{17.316 \cdot 15}{17.316} \cdot 0.0025 = -0.000463$$

Poiché  $\epsilon_{s2} > -\epsilon_{yd}$

$$\sigma_{s2} = \frac{\epsilon_{s2}}{\epsilon_{yd}} f_{yd} = \frac{-0.000463}{0.00196} 391.3 = -93.46 \text{ MPa}$$

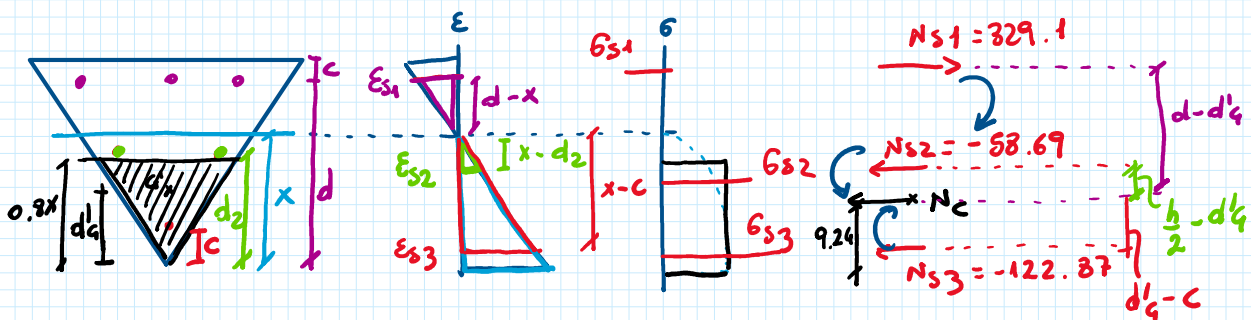
$$N_{s2} = A_{s2} \sigma_{s2} = -3.14 \cdot 391.3 = -122.87 \text{ kN}$$

$$\frac{\epsilon_{s3}}{x-c} = \frac{-\epsilon_{um}}{x} \Rightarrow \epsilon_{s3} = -\frac{x-c}{x} \epsilon_{um}$$

$$\epsilon_{s3} = -\frac{17.316-4}{17.316} 0.0035 = -0.00268$$

Poiché  $\epsilon_{s3} \leq -\epsilon_{yd}$

$$\sigma_{s3} = -f_{yd} = -391.3 \text{ MPa}$$



$$M_{Rd} = N_{s1} \left[ -(d - d'_4) \right] + N_{s2} \left[ -\left( \frac{h}{2} - d'_4 \right) \right] + N_{s3} (d'_4 - c)$$

$$M_{Rd} = 329.1 \left[ -\left( \frac{26 - 9.24}{100} \right) \right] - 58.69 \left[ -\left( \frac{15 - 9.24}{100} \right) \right] - 122.87 \left( \frac{9.24 - 4}{100} \right) =$$

$$M_{Rd} = -55.16 + 3.38 - 6.43 = -58.2 \text{ kNm}$$